

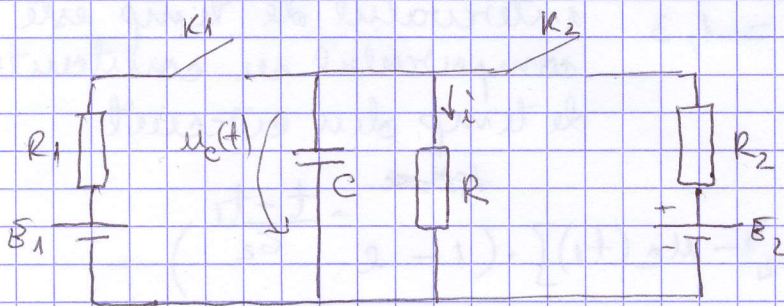
## Tema I electronica digitală

## Problema P1

În circuitul din figură, la  $t=0$ , când capacitățile sunt descărcate, se închide  $K_1$ . La momentul  $t=t_1$ , se închide și  $K_2$ . La momentul  $t=t_2 > t_1$  se deschide comutatorul  $K_1$  iar la  $t=t_3 > t_2$  se deschide și  $K_2$ . Să se calculeze și să se reprezinte grafic variația în timp a tensiunii  $u_C(t)$  și a curentului prin  $R$  în fiecare interval de timp.

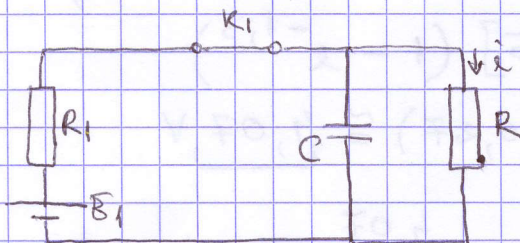
$$E_1 = 10V; E_2 = 20V; t_1 = 100\mu s; t_2 = 200\mu s; t_3 = 300\mu s$$

$$R_1 = 18k\Omega; R_2 = 24k\Omega; R = 10\Omega; C = 15nF$$



- în intervalul de timp  $t_0=0$  și  $t_1=100\mu s$   
 $K_1$  închis  $K_2$  deschis

sub circuitul devine:



$$u_C(0) = 0$$

$$R_{e1} = R_1 \parallel R = \frac{R_1 R}{R_1 + R} = \frac{18 \cdot 10}{28} = 6,43k\Omega$$

$$\tau_1 = R_{e1} C = 6,43 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-9} = 96,45 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{t_1}{\tau_1} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{96,45 \cdot 10^{-6}} = 1,03$$

deci constantele de timp sunt comparabile cu intervalul de timp

$$u_C(t) = E_{e1} (1 - e^{-t/R_{e1}C}) = E_{e1} (1 - e^{-t/\tau_1})$$

$$u_C(t_1) = E_{e1} (1 - e^{-t_1/\tau_1}) \approx E_{e1} (1 - e^{-1})$$

$$E_{e1} = \frac{E_1 R}{R_1 + R} = \frac{10 \cdot 10}{18 + 10} = \frac{100}{28} \approx 3,57V$$

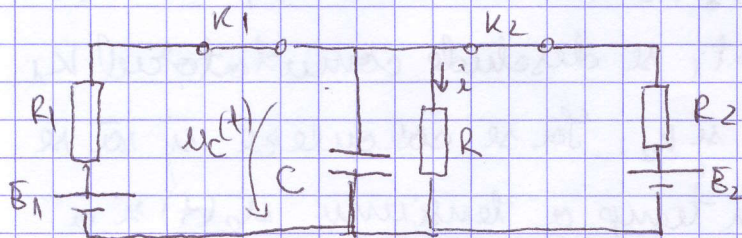


$$u_c(t_1) = E_{e1} \cdot \left(1 - \frac{1}{2,72}\right) = 3,75 \cdot 0,63 = \underline{2,25 \text{ V}}$$

$$i = \frac{u_c(t)}{R} ; i_{\max 1} = \frac{u_c(t_1)}{R} = \frac{2,25}{10 \text{ k}} = 0,22 \text{ mA}$$

- în intervalul de timp  $t_1 = 100 \mu\text{s}$  și  $t_2 = 200 \mu\text{s}$

$K_1$  închis  $K_2$  închis



$$u_c(t_1) = 2,25 \text{ V}$$

$$R_{e2} = R_1 \parallel R_2 \parallel R$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}} = \frac{1}{\frac{1}{18} + \frac{1}{24} + \frac{1}{10}}$$

$$= \frac{1}{0,196} = 5,1 \text{ k}\Omega$$

$$\tau_2 = R_{e2} C = 5,1 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-9} = 76,5 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{t_2 - t_1}{\tau_2} = \frac{200 \mu\text{s} - 100 \mu\text{s}}{76,5 \cdot 10^{-6}} = 1,3$$

intervalul de timp este comparabil cu constantele de timp din circuit

$$u_c(t) = u_c(t_1) + [E_{e2} - u_c(t_1)] \cdot \left(1 - e^{-\frac{t - t_1}{\tau_2}}\right)$$

$$E_{e2} = R_{e2} \left( \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \right) = 5,1 \cdot \left( \frac{10}{181} + \frac{20}{24} \right) = 5,1 \cdot 0,93 = \underline{4,74 \text{ V}}$$

$$u_c(t_2) = u_c(t_1) + [E_{e2} - u_c(t_1)] \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_2 - t_1}{\tau_2}}\right)$$

$$= 2,25 + [4,74 - 2,25] (1 - e^{-1,3})$$

$$= 2,25 + 2,49 (1 - 0,27) \approx \underline{4,07 \text{ V}}$$

$$i = \frac{u_c(t)}{R} \quad i_{\max 2} = \frac{u_c(t_2)}{R} = \frac{4,07}{10 \text{ k}} = \underline{0,4 \text{ mA}}$$

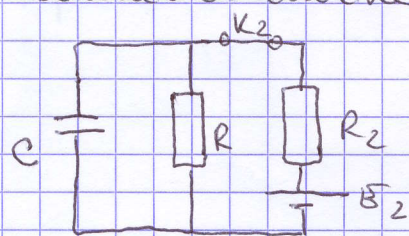
- în intervalul de timp  $t_2 = 200 \mu\text{s}$  și  $t_2 = 300 \mu\text{s}$

$K_1$  deschis  $K_2$  închis

$$u_c(t_2) = 4,07 \text{ V}$$



circuitul devine



$$R_{e3} = R \parallel R_2 = \frac{R R_2}{R + R_2} = \frac{10 \cdot 24}{10 + 24} = \frac{240}{34} \approx 7 \text{ k}\Omega$$

$$\tau_3 = 7 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-9} = 105 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{t_3 - t_2}{\tau_3} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{105 \cdot 10^{-6}} = 0,95$$

intervalul de timp este comparabil cu const. de timp din circuit.

$$u_C(t) = u_C(t_2) + [E_{e3} - u_C(t_2)] \left(1 - e^{-\frac{t - t_2}{\tau_3}}\right)$$

$$u_C(t_3) = u_C(t_2) + [E_{e3} - u_C(t_2)] \left(1 - e^{-\frac{t_3 - t_2}{\tau_3}}\right)$$

$$E_{e3} = \frac{E_2 R}{R_2 + R} = \frac{20 \cdot 10}{24 + 10} = \frac{200}{34} = 5,88 \text{ V}$$

$$u_C(t_3) = 4,07 + [5,88 - 4,07] (1 - e^{0,95}) \approx 5,2 \text{ V}$$

$$i \approx \frac{u_C(t)}{R} \quad i_{\max 3} = \frac{u_C(t_3)}{R} = \frac{5,2}{10 \text{ k}} = 0,52 \text{ mA}$$

- după momentul  $t_3 = 300 \mu\text{s}$

$K_1$  deschis  $K_2$  deschis

$$u_C(t_3) = 5,2 \text{ V}$$

$$\tau_4 = RC = 10 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-9} = 150 \cdot 10^{-6}$$

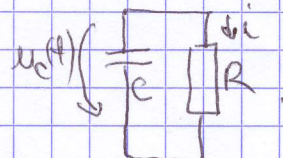
$$u_C(t) = u_C(t_3) \cdot e^{-\frac{t - t_3}{\tau_4}}$$

C se descarcă

circuitul devine.

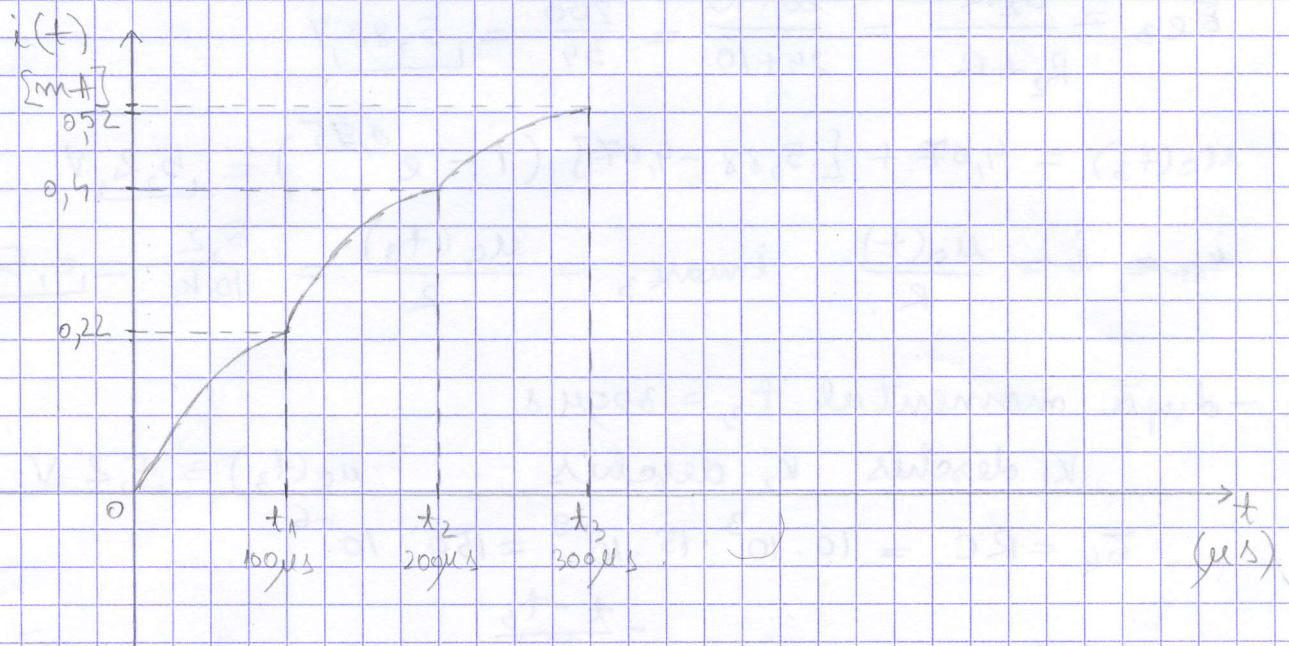
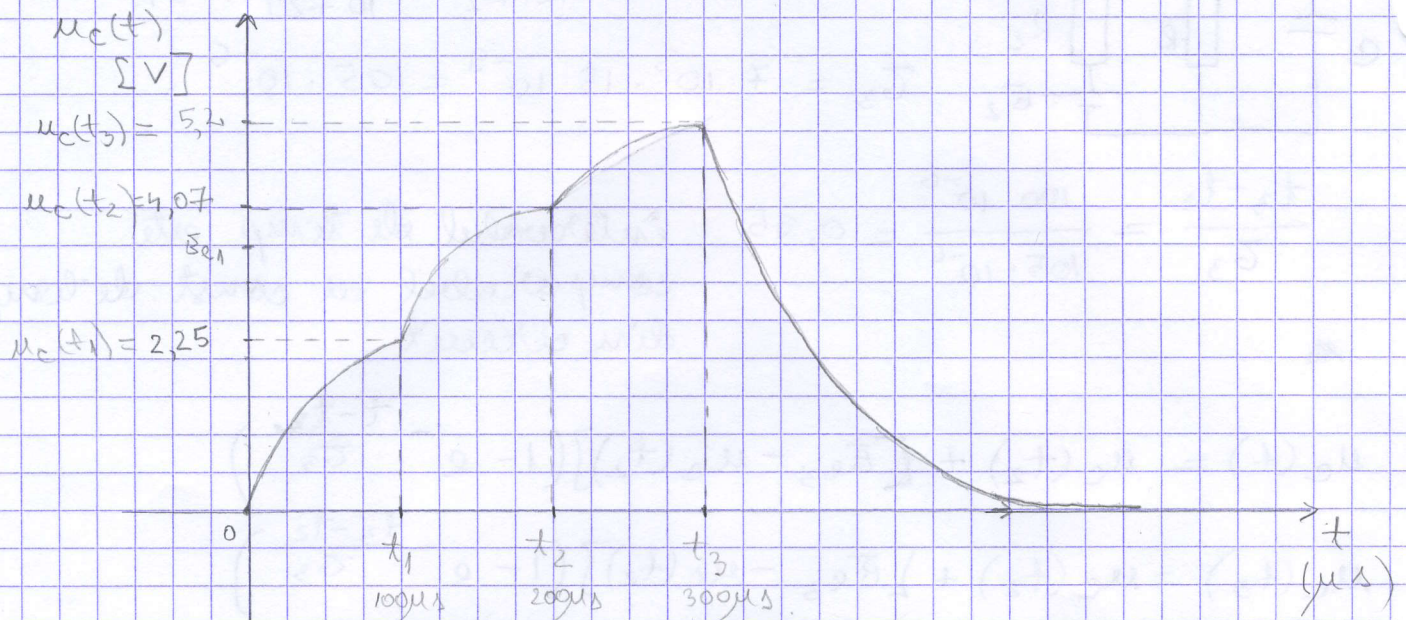
$$u_C(t) = 0$$

$$i = \frac{u_C(t)}{R}$$





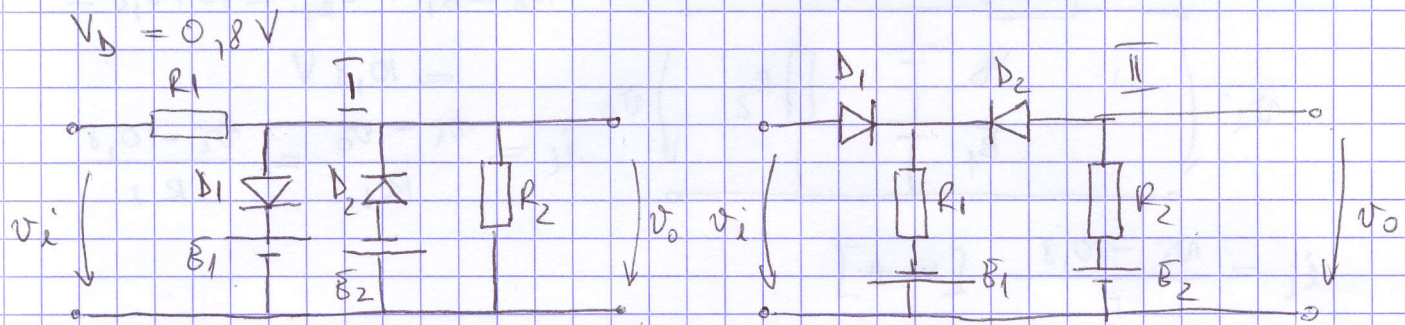
Reprezentarea grafică  $u_c(t)$  pe intervalele de timp  
din problemă





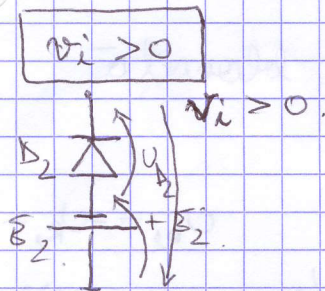
## Problema P<sub>2</sub>

Să se calculeze și să se reprezinte grafic caracteristicile de transfer  $v_o(v_i)$  și de intrare  $i_i(v_i)$  pentru circuitele din figura. Diodele sunt caracterizate prin tensiunea de prag  $V_D = 0,8V$



$$R_1 = 5k\Omega; R_2 = 10k\Omega; E_1 = 10V; E_2 = 5V$$

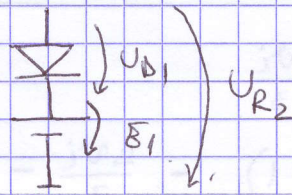
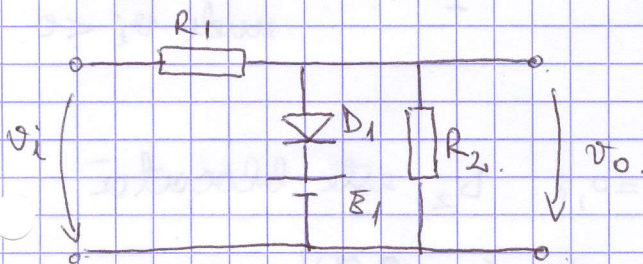
circuitul I este un limitator de tensiune cu 2 praguri de tip paralel cu diode.



$$U_{D2} = -v_i - E_2 < 0 < V_D$$

$\Rightarrow D_2$  este permanent blocată pt  $v_i > 0$

circuitul I devine



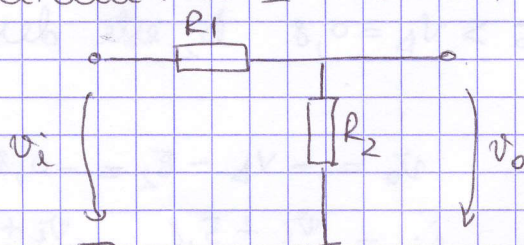
$$U_{D1} = U_{R2} - E_1$$

$$\text{unde } U_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_i = \frac{10}{15} v_i = \frac{2v_i}{3}$$

$$\text{caz 1) } \frac{2v_i}{3} - E_1 < V_D = 0,8 \Rightarrow D_1 \text{ este blocată}$$

$$2v_i < 32,4 \Leftrightarrow v_i < 16,2V$$

circuitul I devine



divizor de tensiune

$$v_o = \frac{2v_i}{3}$$

$$U_{R1} = v_i - v_o = \frac{v_i}{3}$$

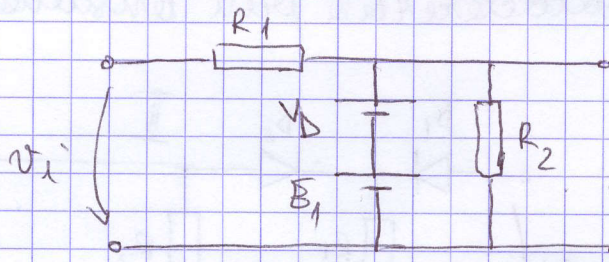
$$i_i = \frac{v_i}{3R_1} = \frac{v_i}{15} \text{ [mA]}$$



cazul 2)  $\frac{2v_i}{3} - E_1 < V_D = 0,8$

$\Rightarrow v_i > 16,2V \Rightarrow D_2$  este deschisă

circuitul I devine

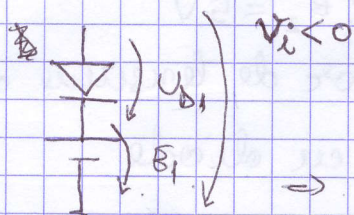


$v_o = E_1 + V_{D1} = 10 + 0,8 = 10,8V$

$i_i = \frac{v_i - v_o}{R_1} = \frac{v_i - 10,8}{R_1}$

$i_i = \frac{v_i - 10,8}{5} [mA]$

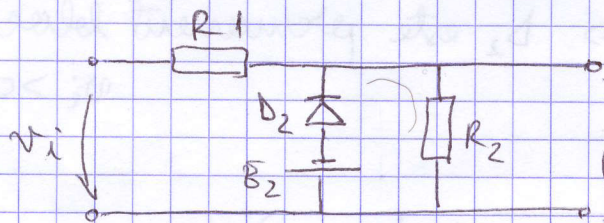
$v_i < 0$



$v_i < 0$   
 $V_{D1} = v_i - E_1 < 0$

$\Rightarrow D_1$  este permanent blocată

~~schema I~~ circuitul devine:



$V_{D2} = -V_{R2} - E_2$

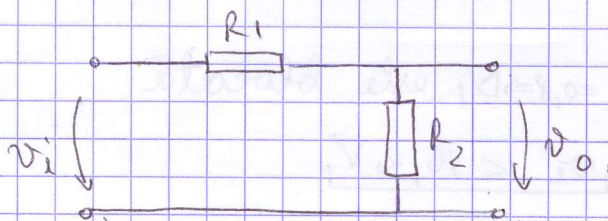
$V_{D2} = -\frac{2v_i}{3} - 5$   
unde  $v_i < 0$

$V_{R2} = \frac{2v_i}{3}$

cazul 1)  $-\frac{2v_i}{3} - 5 < V_D = 0,8$   $D_2$  este blocată

$-2v_i > 34,8 \Leftrightarrow v_i < -8,7V$

circuitul I devine

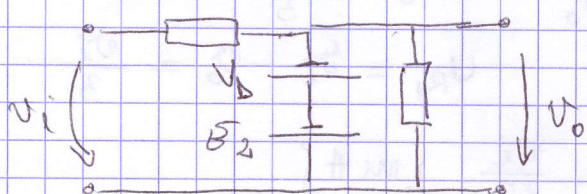


$v_o = \frac{2v_i}{3}$   $v_i < 0$

$i_i = \frac{v_i}{3R_1} = \frac{v_i}{45} [mA]$

cazul 2)  $-\frac{2v_i}{3} - 5 > V_D = 0,8$   $D_2$  este deschisă

circuitul I devine

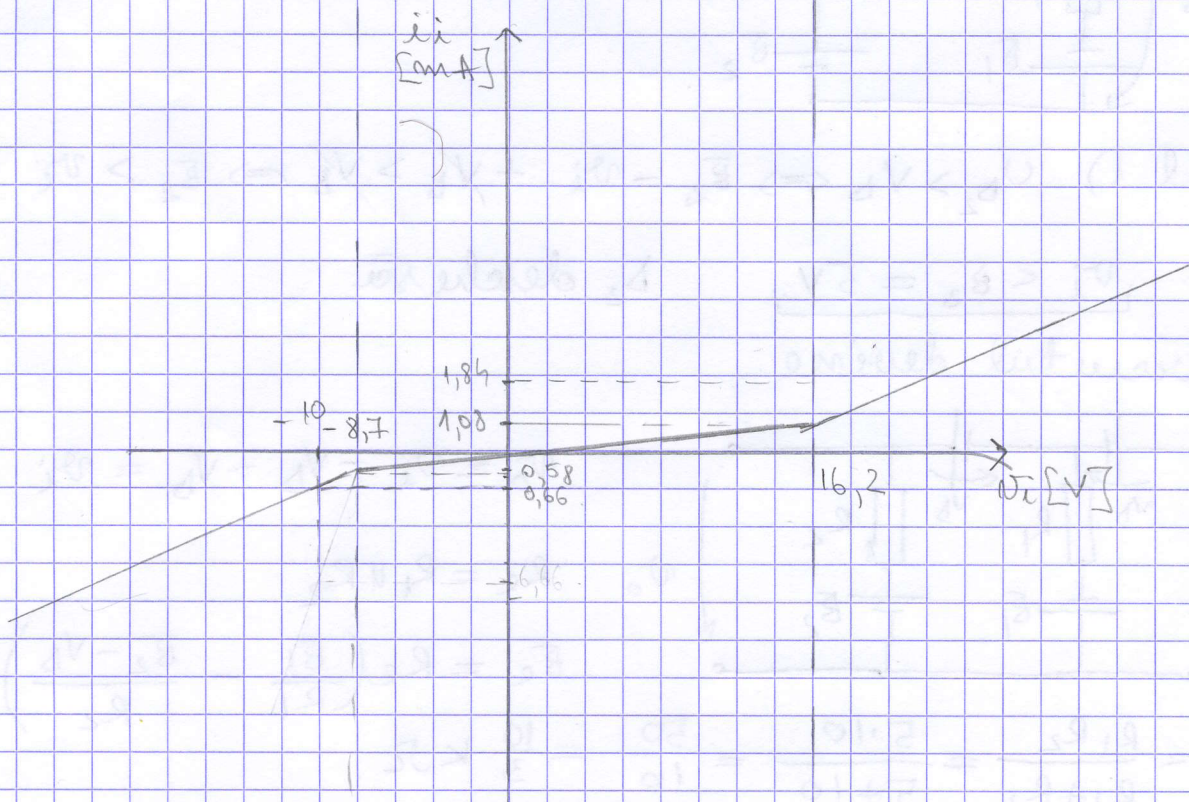
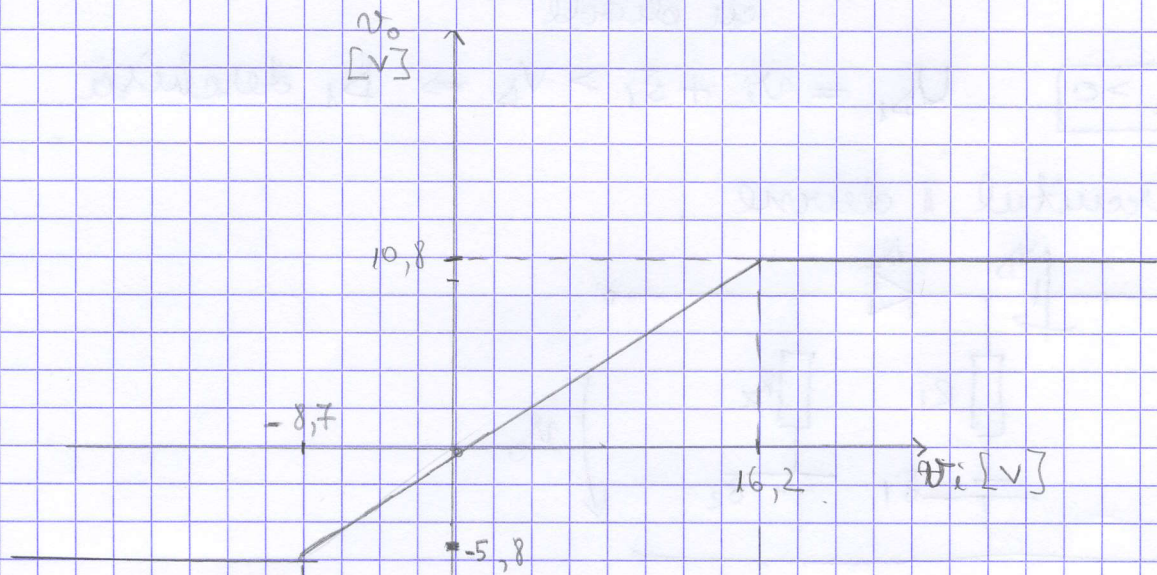


$v_o = -V_D - E_2 = -0,8 - 5 = -5,8V$

$i_i = \frac{v_i + 5,8}{R_1} = \frac{v_i + 5,8}{5} [mA]$



# Reprezentarea grafică $v_o(v_i)$ și $i_i(v_i)$

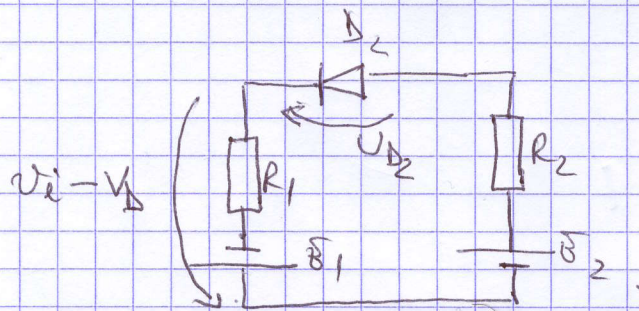
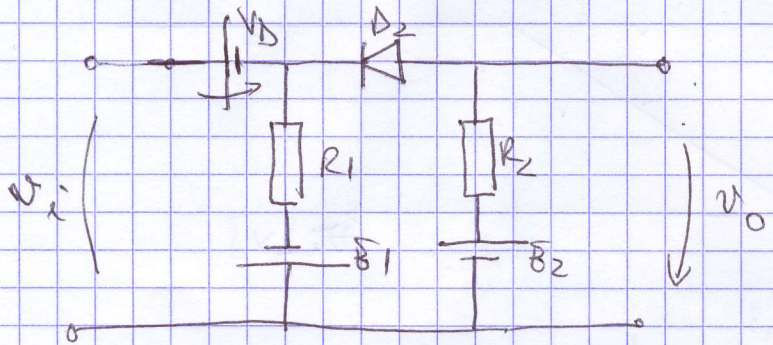




circuitul II : este limitator cu 2 praguri serie cu diode

$$v_i > 0 \quad U_{D_1} = v_i + \bar{E}_1 > V_D \Rightarrow D_1 \text{ deschisă}$$

circuitul I devine

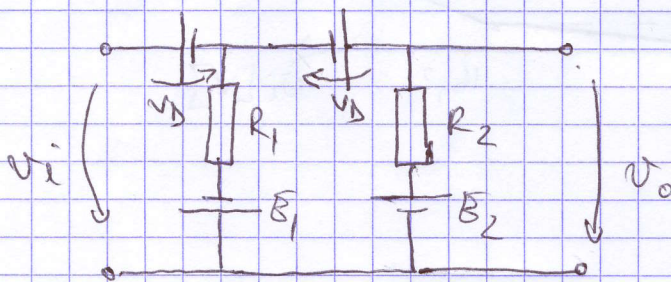


$$U_{D_2} = E_2 - (v_i - V_D) = E_2 - v_i + V_D$$

cazul 1)  $U_{D_2} > V_D \Leftrightarrow E_2 - v_i + V_D > V_D \Leftrightarrow E_2 > v_i$

$$v_i < E_2 = 5V, \quad D_2 \text{ deschisă}$$

circuitul devine



$$v_o = v_i - V_D + V_D = v_i$$

$$R_e = R_1 \parallel R_2$$

$$E_e = R_e \left( \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2 - V_D}{R_2} \right)$$

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{50}{10} = \frac{10}{3} \text{ k}\Omega$$

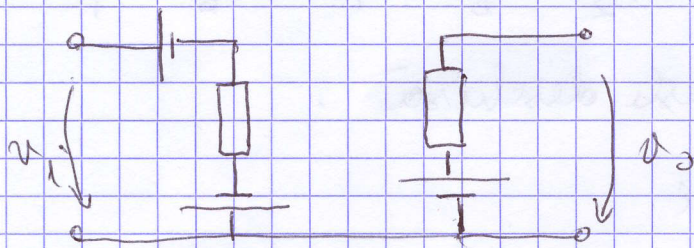
$$E_e = \frac{10}{3} \left( \frac{10}{5} - \frac{5 - 0,8}{10} \right) = \frac{10}{3} (2 - 0,42) = \frac{10}{3} \cdot 1,58 = 5,26V$$

$$i_i = \frac{v_i + E_e - V_D}{R_e} = \frac{v_i + 5,26 - 0,8}{\frac{10}{3}} = 0,3 v_i + 1,34$$



cazul 2)  $U_{D2} < V_D = 0,8$

$v_i > E_2 = 5$   $D_2$  blocată



$$v_o = E_2$$

$$i_i = \frac{v_i + E_1 - V_D}{R_1} = \frac{v_i + 10 - 0,8}{5} = \frac{v_i}{5} + 1,84$$

$v_i < 0$   $D_2$  este deschisă

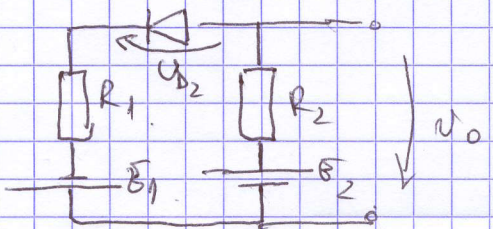
$$U_{D1} = v_i + E_1$$

cazul 1)  $U_{D1} < V_D \Leftrightarrow v_i + E_1 + U_{R1} < V_D \Leftrightarrow v_i < 0,8 - 10 + U_{R1}$

$$v_i < -9,2 + U_{R1}$$

$D_1$  este blocată

circuitul devine

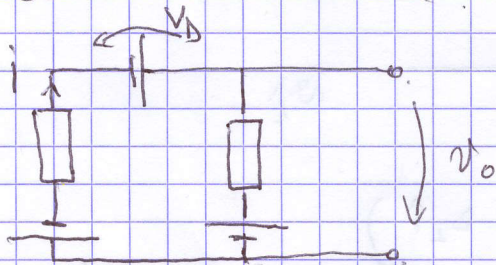


$$U_{D2} - E_1 - E_2 = 0$$

$$U_{D2} = E_1 + E_2 > V_D \Rightarrow$$

$D_2$  este deschisă

circuitul devine



$$i = \frac{E_1 + E_2 - V_D}{R_1 + R_2} = \frac{10 + 5 - 0,8}{5 + 10}$$

$$\approx 0,94 \text{ mA}$$

$$v_o = -R_2 i + E_2 = -10 \text{ k} \cdot 0,94 \text{ mA} + 5$$

$$v_o = -4,4 \text{ V}$$

$$i_i = 0$$

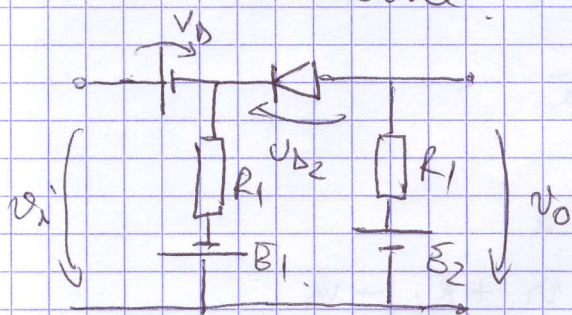
cazul 2)  $U_{D1} > V_D \Leftrightarrow v_i + E_1 + U_{R1} > V_D \Leftrightarrow v_i > -9,2 + U_{R1}$

~~$D_1$  este blocată~~

$D_1$  este deschisă



circuitul devine



$$U_{D2} + v_i - V_D - E_2 = 0$$

$$U_{D2} = E_2 + V_D - v_i > V_D = 0,8$$

$D_2$  este deschisă.

$$v_o = v_i - V_D + V_D = v_i$$

$$i_i = 0,3 v_i + 1,34$$

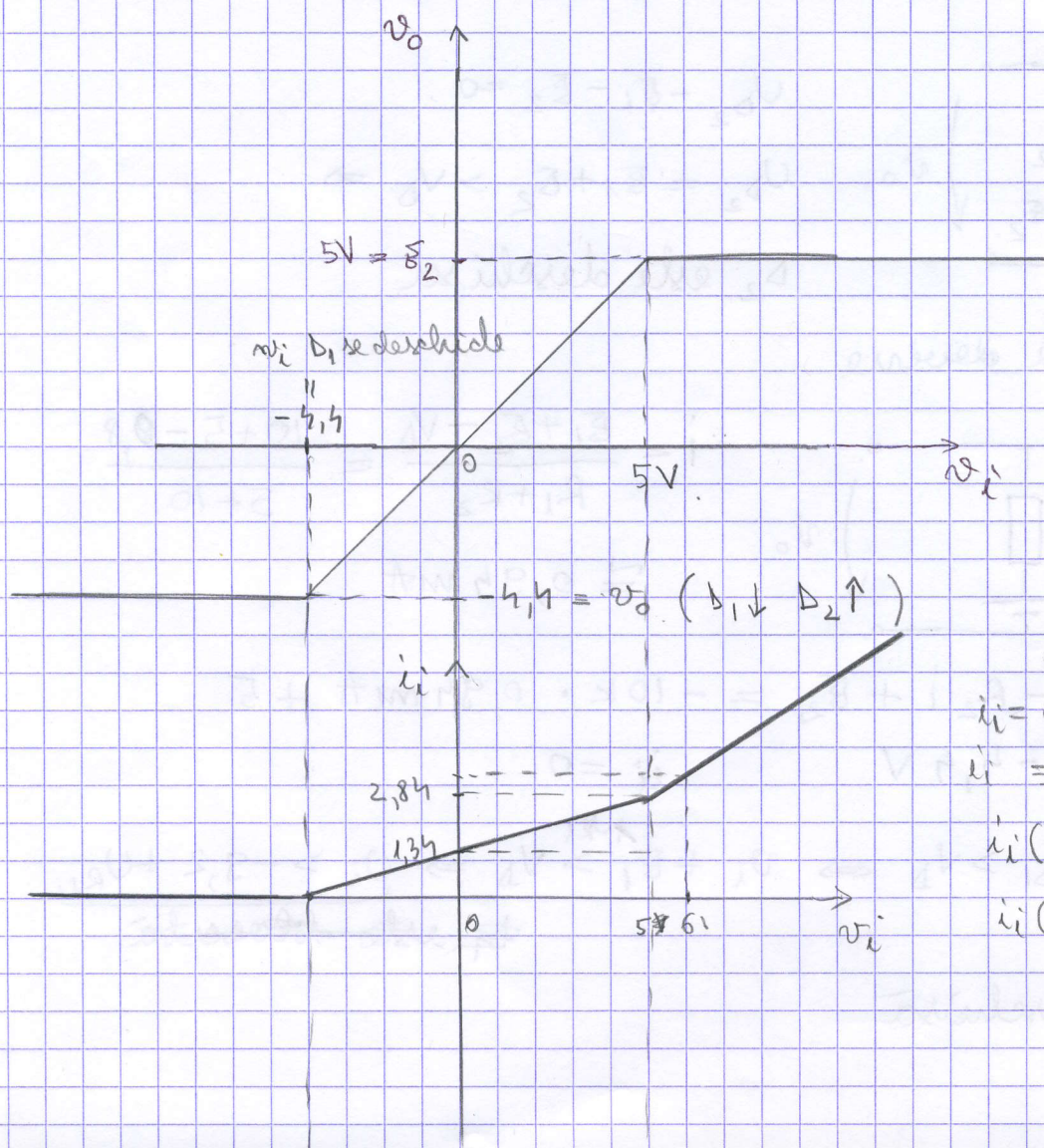
(la fel ca în cazul 1 de la  $v_i > 0$ )

$$U_{R1} = i_i R_1 = 0,84 \text{ mA} \cdot 5 \text{ K} = 4,7$$

$\Rightarrow$  tensiunea de intrare  $v_i$  la care  $D_1$  se deschide

$$v_i = V_D + U_{R1} - E_1 = 0,8 + 4,7 - 10 \approx -4,5$$

Reprezentarea grafică  $v_o(v_i)$  și  $i_i(v_i)$



$$v_i = 5 \text{ V}$$

$$i_i = 0,3 \cdot 5 + 1,34 = 2,84$$

$$i_i = \frac{5}{5} + 1,84 = 2,84$$

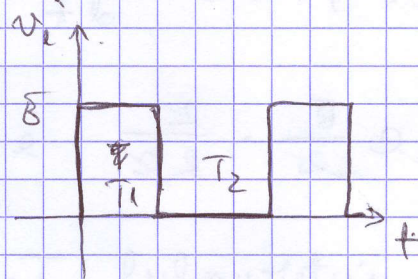
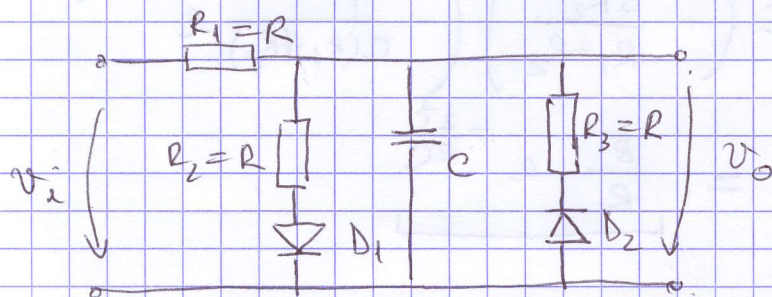
$$i_i(6 \text{ V}) = \frac{6}{5} + 1,84 = 3,04$$

$$i_i(-4,4 \text{ V}) = -4,4 \cdot 0,3 + 1,34 \approx 0$$



# Problema P<sub>4</sub>

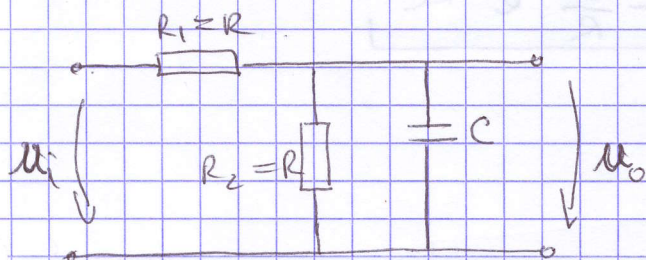
Se prezintă grafic variația curenților prin capacitatea  $C$  atunci când se aplică o succesiune de impulsuri de amplitudină  $E$  și durată  $T_1$  și  $T_2$  comparabile cu constantele de timp ale circuitului. Diodele sunt considerate ideale.



Se știe Din graficul semnalului  $\Rightarrow v_i > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow D_1$  este deschisă tot timpul  
 $D_2$  este blocată tot timpul

circuitul devine:



$$\frac{u_i - u_o}{R_1} = \frac{u_o}{R_2} + C \frac{du_o}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{u_i}{R_1} = u_o \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \underbrace{C \frac{du_o}{dt}}_{i_c}$$

$$\frac{du_o}{dt} + u_o \frac{1}{(R_1 \parallel R_2)C} = \frac{E}{RC}$$

$$u_o(t) = \frac{ER_2}{R_1 + R_2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{C(R_1 \parallel R_2)}} \right) \quad \text{pt intervalul de timp } T_1$$

$$i_c(t) = C \frac{du_o(t)}{dt} \quad \tau = C(R_1 \parallel R_2) = \frac{RC}{2}$$

$$R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2}$$

$$u_o(\infty) = \frac{ER_2}{R_1 + R_2} = \frac{E}{2}$$

$$u_o(0) = 0$$



$$u_0(t) = \frac{ER_2}{R_1+R_2} \cdot e^{-\frac{t}{C(R_1+R_2)}} \text{ pt intervalul de timp } T_2$$

→ ptr intervalul  $T_1$

$$u_0(t) = \frac{ER_2}{R_1+R_2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{C(R_1+R_2)}} \right)$$

$$i_c(t) = C \frac{du_0(t)}{dt} = C \left( -\frac{ER_2}{R_1+R_2} \right) \left( -\frac{1}{C(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{C(R_1+R_2)}} \right)$$

$$= \cancel{C} \frac{E}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{R}} \cdot e^{-\frac{2t}{RC}} = \frac{E}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}$$

→ ptr intervalul  $T_2$

$$u_0(t) = \frac{ER_2}{R_1+R_2} e^{-\frac{t}{C(R_1+R_2)}}$$

$$i_c(t) = C \frac{du_0(t)}{dt} = C \cdot \frac{ER_2}{R_1+R_2} \cdot \left( -\frac{1}{C(R_1+R_2)} \right) e^{-\frac{t}{C(R_1+R_2)}}$$

$$= C \cdot \frac{E}{2} \cdot \left( -\frac{2}{RC} \right) \cdot e^{-\frac{2t}{RC}} = \boxed{-\frac{E}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}}$$

